

Desarrollo del pensamiento métrico espacial a través de la implementación de un laboratorio de geometría interactivo

Development of special metric thinking through the implementation of an interactive geometric laboratory

ARAUJO, David S.¹

Resumen

La investigación tuvo como objetivo el desarrollo del pensamiento métrico espacial en estudiantes de quinto grado, a través de la implementación de un laboratorio de geometría interactivo para promover un aprendizaje autónomo, participativo y colaborativo. Se abordó desde el enfoque mixto, soportado en el paradigma socio crítico con un tipo de estudio analítico. La modificación de la didáctica en el proceso enseñanza aprendizaje, permitió avances significativos en aspectos fundamentales de la geometría relacionados con el pensamiento métrico espacial.

Palabras claves: pensamiento métrico espacial, laboratorio interactivo, ova.

Abstract

The research aimed at the development of spatial metric thinking in fifth grade students, through the implementation of an interactive geometry laboratory to promote an autonomous, participatory and collaborative learning. It was approached from the mixed focus, supported in the socio-critical paradigm with a type of analytical study. The modification of didactics in the teaching-learning process allowed significant advances in fundamental aspects of geometry related to spatial metric thinking.

key words: spacial metric thinking, interactive lab, ova.

1. Introducción

El aprendizaje de la geometría se convirtió en una necesidad para el hombre, de allí la importancia de su enseñanza en la escuela y de su constitución como un área disciplinar de las matemáticas. En esta investigación se hizo énfasis en el desarrollo del pensamiento métrico y espacial a través del uso de los objetos virtuales de aprendizaje, por cuanto el desarrollo de estos pensamientos se hace indispensable a la hora de hallar solución a diversos problemas cotidianos.

Respecto a esto Howard Gardner en su teoría de las inteligencias múltiples, citado por (Múnera, 2015)

¹ Docente de Matemática. Institución Educativa Técnico Industrial Blas Torres De La Torre. Soledad - Atlántico. Colombia. Doctorante en Ciencias de la Educación. Universidad Arturo Prat de Chile. Email: ingenierodavidaraujo@gmail.com

“Considera como una de estas inteligencias la espacial y plantea que el pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico, ya que es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas. El manejo de información espacial para resolver problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios es peculiar a esas personas que tienen desarrollada esa inteligencia espacial”. (p. 1)

Por su parte, (Macías, 2002) explica que “la inteligencia espacial es referida a la habilidad para manejar los espacios, planos, mapas, y a la capacidad para visualizar objetos desde perspectivas diferentes” (p. 35)

Ahora bien, el pensamiento métrico según (MEN, Estándares Básicos De Competencias, 2006), hace referencia a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones. (p.62).

Al respecto, Piaget citado por (Rojas Garzón, 2001) menciona que el proceso de medida se basa en dos operaciones fundamentales: *Conservación* y *Transitividad*. La noción de *conservación* se refiere a la invariancia de ciertas cualidades de los objetos en relación con su medida. Por ejemplo, la superficie de una lámina no cambia si se le traslada o se hace girar. Cualquiera que sea la situación de medida, toda utilización de un instrumento de medida que esté provista de significado descansa en la noción de *transitividad*. Además, considera que las nociones de longitud y área son las primeras en desarrollarse.

En este orden de ideas, es evidente la gran importancia que tienen tanto el desarrollo del pensamiento espacial como el pensamiento métrico en los individuos. Gracias a investigaciones hechas por grandes psicólogos como Gardner se puede comprender mejor la forma como aprenden los individuos y esto a su vez permite implementar mejores estrategias de enseñanza que faciliten el desarrollo de dichos pensamientos desde el quehacer pedagógico.

Cabe resaltar que una de las grandes falencias en la enseñanza de la geometría es la poca utilización de recursos que permitan una apropiada visualización de los conceptos geométricos, los cuales se hacen más complejos a medida que se avanza de un nivel a otro, es por ello que el uso de herramientas tecnológicas ha facilitado la visualización y por ende la comprensión de diferentes conceptos. Gracias a los OVA se puede visualizar una figura en 3D, no de manera estática sino dinámica, es decir, observarla desde diferentes perspectivas, realizar gráficas en el plano cartesiano de manera rápida y sencilla, visualizar una gráfica representada en tres ejes (x,y,z), entre otros aspectos. Al respecto (León, Schilardi, Segura, & Polenta, 2016) hacen una distinción entre la acción de “ver” una imagen y “visualizarla”, la primera hace referencia a la capacidad fisiológica y la segunda se asocia con el proceso cognitivo. La visualización no es un fin en sí mismo sino un medio para conseguir entendimiento.

Otro de los grandes beneficios que ofrecen los Objetos Virtuales de Aprendizaje al incorporarlos a la educación, según Benítez citado por (Ospina Espinal & Galvis López, 2015) es el siguiente, “la educación basada en los entornos virtuales permite disponer de elementos y herramientas que aportan al desempeño del estudiante como protagonista de su propio proceso de formación. Así mismo, el docente se comporta como un facilitador de la influencia educativa que realiza”.

Por otra parte, en la implementación de la propuesta de investigación se tuvo en cuenta los referentes de calidad dados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) respecto al pensamiento espacial y sistemas geométricos, así como también el pensamiento métrico y sistemas de medidas, entendiendo que son conocimientos básicos que los estudiantes deben adquirir.

Además, como propuesta de innovación se planteó hacer uso de los objetos virtuales de aprendizaje (OVA), los cuales sirvieron de medio para facilitar el aprendizaje de los conceptos de perímetro y área (pensamiento métrico) y el aprendizaje de figuras y cuerpos geométricos (pensamiento espacial).

Atendiendo a los referentes de calidad respecto al pensamiento espacial y sistemas geométricos el (MEN, Lineamientos curriculares de matemáticas, 1998) sostiene:

“En los sistemas geométricos se hace énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial, el cual es considerado como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales” (p.37).

En igual sentido el (MEN, Lineamientos curriculares de matemáticas, 1998) expresa:

“Los sistemas geométricos se construyen a través de la exploración activa y modelación del espacio tanto para la situación de los objetos en reposo como para el movimiento. Esta construcción se entiende como un proceso cognitivo de interacciones, que avanza desde un espacio intuitivo o sensorio-motor (que se relaciona con la capacidad práctica de actuar en el espacio, manipulando objetos, localizando situaciones en el entorno y efectuando desplazamientos, medidas, cálculos espaciales, etc.), a un espacio conceptual o abstracto relacionado con la capacidad de representar internamente el espacio, reflexionando y razonando sobre propiedades geométricas abstractas, tomando sistemas de referencia y prediciendo los resultados de manipulaciones mentales”. (p.37).

Con respecto al pensamiento métrico y sistemas de medidas el (MEN, Estándares Básicos De Competencias, 2006) menciona que:

“los conceptos y procedimientos propios de este pensamiento hacen referencia a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones” (p.63)

Entre los conceptos y procedimientos relacionados con este pensamiento que se abordaron en este estudio están perímetro y área, para hallar el perímetro o el área de una figura es necesario hacer mediciones e incluso estimaciones; en este caso se hizo uso de las medidas de longitud, la cual es muy utilizada en el comercio y en la industria.

Por otro lado, algunos investigadores en enseñanza y aprendizaje de la geometría han podido observar que los profesores a nivel escolar se ocupan de temas como: perímetro, volumen y área, centrándose en las mediciones de éstas; en igual sentido, solo se dedican a enseñar las figuras geométricas a través de gráficos en un plano bidimensional, limitando en gran medida el desarrollo del pensamiento métrico espacial. Al respecto, Barrantes citado por (Vargas Vargas & Gamboa Araya, 2013), afirma que “la enseñanza de la geometría se centra, en la memorización de conceptos y su aplicación, sin que el estudiante pueda llegar a una conceptualización más allá de lo que sus propias capacidades se lo permiten” (p.74-94); lo que constituye una problemática propia en la enseñanza de la geometría.

Teniendo en cuenta la problemática antes mencionada se toma en consideración la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel y el aporte brindado por Van Hiel respecto al proceso de construcción del pensamiento geométrico, por cuanto esta teoría ofrece las bases para saber cómo se da el proceso de aprendizaje en los estudiantes, qué enseñar en geometría y cómo hacerlo teniendo en cuenta las estructuras cognitivas y niveles de desarrollo; en este caso haciendo uso de los OVA, de tal forma que los aprendizajes de los estudiantes sean significativos y a su vez estos puedan obtener altos niveles de desarrollo tanto del pensamiento espacial como del métrico.

Al hablar de aprendizaje significativo es necesario citar a (Ausubel, Teoría del aprendizaje significativo, 1983), quien plantea que:

“El aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización”.

Es claro que los preconceptos hay que tenerlos en cuenta a la hora de abordar un nuevo conocimiento, por lo que el docente debe conocer que tanto sabe el estudiante, es decir, su estructura cognitiva, para que a partir de esos preconceptos se puedan diseñar los nuevos saberes o como lo expresa Ausubel se dé el aprendizaje significativo. El cual ocurre cuando una nueva información "se conecta" con un concepto relevante ("subsuntor") preexistente en la estructura cognitiva, esto implica que, las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcionen como un punto de "anclaje" a las primeras. (Ausubel, Teoría del Aprendizaje Significativo, 1983)

A continuación, se presentan los cinco niveles de desarrollo del pensamiento geométrico que propone (Hile, s.f), los cuales muestran un modo de estructurar el aprendizaje de la geometría. Cabe aclarar que estos niveles no van asociados a la edad.

- Nivel 1: Visualización o reconocimiento.
- Nivel 2: Análisis
- Nivel 3: Deducción informal u orden
- Nivel 4: Deducción
- Nivel 5: Rigor

Al caracterizar estos niveles propuestos por Van Hile, vemos que en el nivel 1, los individuos perciben los objetos en su totalidad, no diferencian las partes ni los componentes. En el nivel 2, el individuo es capaz de describir los objetos a través de sus propiedades; pero no es capaz de relacionar las propiedades de unas con otras. En el nivel 3, el individuo es capaz de describir las figuras de manera formal, reconoce como unas propiedades derivan de otras y establece relaciones entre dichas propiedades. En el nivel 4, se es capaz de realizar deducciones y demostraciones; comprende cómo llegar a los mismos resultados partiendo de premisas distintas. En el nivel 5, se trabaja la geometría sin necesidad de objetos geométricos concretos, es decir se capta la geometría de forma abstracta.

En la actualidad es necesario que el docente de matemáticas conozca estas teorías para que pueda proponer estrategias de enseñanza que faciliten en este caso particular el aprendizaje de la geometría. Además, se requiere que conozcan nuevas estrategias didácticas que permitan que sus estudiantes descubran con mayor facilidad las ventajas de aprender geometría y su importancia para la vida.

Inicialmente con la aplicación de un pretest se pudo caracterizar el nivel en que se encuentran los estudiantes según la teoría de Van Hile y posteriormente crear unas secuencias didácticas haciendo uso de los OVA, apuntando al desarrollo del pensamiento espacial y métrico.

Al hablar de estrategias de enseñanza-aprendizaje de la geometría, en esta investigación se utilizó como mediadores los Objetos Virtuales de Aprendizaje agrupados en un laboratorio interactivo, de tal forma que los estudiantes accedan de forma fácil a esos recursos que nos ofrece la tecnología y a la vez facilitan la visualización de figuras y cuerpos geométricos, pues gracias a juegos interactivos, simuladores en línea y al software geogebra los estudiantes se interesan en mayor medida por la geometría, pues se le apostó a una enseñanza no magistral y más didáctica, motivadora e innovadora para esta nueva generación de nativos digitales.

En igual sentido, atendiendo a la declaración de la (UNESCO, 2015), en la cual se afirma que los propósitos de una educación de calidad, están enfocados hacia la necesidad de ofrecer a los estudiantes el desarrollo de

competencias y el manejo de las tecnologías de la información y comunicación, facilitándoles el acceso a los medios, la subsistencia y la participación activa en espacios sociales, políticos y económicos.

Por tanto, al hablar de un laboratorio interactivo en el cual se agrupan OVA es pertinente resaltar el papel de la tecnología en el campo educativo; respecto a esto (Ruíz Vahos, Ávila Mejía, & Villa Ochoa, 2013) explican que:

“El uso de recursos tecnológicos en el aula de clase permite la creación de ambientes de aprendizaje en el que los estudiantes pueden producir conocimiento matemático de una forma alternativa, donde se resalten aspectos de los conceptos no siempre explícitos en el modelo tradicional de presentación expositiva” (p.447)

Así mismo, el Ministerio de Educación Nacional (MEN, Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales, 2004), menciona que con el auge de las tecnologías de la información han surgido nuevas herramientas para el trabajo tanto en geometría como en su enseñanza, las cuales es necesario conocer y utilizar para poner a tono los métodos pedagógicos utilizados por los docente con las nuevas posibilidades de aproximación cognitiva que brinda la sociedad de hoy.

El Software Geogebra es una herramienta TIC muy útil en el aula, ya que permite que los estudiantes desarrollen habilidades y muestren a través de la práctica los conocimientos previos que han logrado interiorizar hasta el momento. No obstante, a pesar de contar con estos recursos, la integración de las tecnologías digitales en las clases de matemática y geometría sigue siendo un proceso lento para muchos profesores, tal como lo sustenta (Prieto González, 2016).

1.1. Los objetos virtuales de aprendizaje (ova)

Con la implementación de esta propuesta se incorporó el uso de los OVA en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría. Cabe aclarar que no existe un concepto unificado con respecto a los OVA; por ello se mencionan los planteados por algunos autores.

Una de esas definiciones es que “los OVA son herramientas digitales que se utilizan en la educación virtual. Dentro de su metodología utilizan las TIC, como complemento para los procesos de enseñanza en entornos de aprendizaje mediados por estas tecnologías”. (Gomez, 2019).

Otros autores como (Feria Marrugo & Zúñiga López, 2016), expresan que:

“un Objeto Virtual de Aprendizaje es una unidad de contenido o temática, un material digital para fines específicos de aprendizaje con objetivos, actividades y evaluación... Los OVA son herramientas pedagógicas mediadoras de conocimiento, los cuales permiten una presentación didáctica de los contenidos, teniendo en cuenta distintas formas audiovisuales e interactivas”. (p.66).

Así mismo, Ramírez y Valenzuela citados por (Feria Marrugo & Zúñiga López, 2016) los define como

“Entidades digitalizadas encaminadas a lograr el aprendizaje de una competencia, que se configuran didácticamente con objetivos, metodología, contenidos, evaluación, con recursos abiertos (con materiales abiertos que se encuentran con los términos legales para ser usados libremente, con el permiso legal de sus autores) que se sustentan en las propiedades de reusabilidad, subjetividad, historicidad, comunicabilidad, integralidad, y que se encuentran registrados para el dominio público, liberados bajo un esquema de licenciamiento que protege la propiedad intelectual y permite su libre uso y reuso para la enseñanza, el aprendizaje y la investigación”. (p.66).

Mientras que el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, Recursos Educativos Digitales Abiertos, 2012), los define como:

“Todo material estructurado de una forma significativa, asociado a un propósito educativo y que corresponda a un recurso de carácter digital que pueda ser distribuido y consultado a través de la Internet. El objeto de aprendizaje debe contar además con una ficha de registro o metadato, consistente en un listado de atributos que además de describir el uso posible del objeto, permiten la catalogación y el intercambio de este” (p.25)

Los OVA se seleccionaron como medio para el desarrollo del pensamiento espacial y métrico por sus características y ventajas en la educación matemática. Entre esas características se encuentran principalmente las indicadas por Longmire & Latorre citados por (Callejas Cuervo, Hernández Niño , & Pinzón Villamil, 2011) como lo son:

- **Flexibilidad:** El material educativo es elaborado para usarse en múltiples contextos, debido a su facilidad de actualización, gestión de contenido y búsqueda, esto último gracias al empleo de metadatos.
- **Personalización:** “Posibilidad de cambios en las secuencias y otras formas de contextualización de contenidos, lo que permite una combinación y recombinación de OVA a la medida de las necesidades formativas de usuarios”.
- **Adaptabilidad:** Puede adaptarse a los diferentes estilos de aprendizaje de los estudiantes.
- **Reutilización:** El objeto debe tener la capacidad para ser usado en diferentes contextos y propósitos educativos y adaptarse pudiendo combinarse dentro de nuevas secuencias formativas.
- **Durabilidad:** Los objetos deben contar con una buena vigencia de la información, sin necesidad de nuevos diseños.

De igual forma, los OVA fueron seleccionados como estrategia pedagógica por las grandes ventajas que representa tanto para los docentes en el proceso de enseñanza como para los estudiantes en el proceso de aprendizaje; en este caso la enseñanza - aprendizaje de la geometría. Entre estas ventajas se mencionan las siguientes, tomadas de (Bernal, 2013).

Ventajas para los educadores

- Evita la necesidad de recrear los recursos existentes
- Diseño y proceso de desarrollo consistentes.
- Facilita la búsqueda de contenido existente.
- Reutilizables en diferentes contextos educativos y para diferentes alumnos capaz de supervisar el uso de los materiales por los alumnos.
- Accesible en el mediano y largo plazo.
- Estandariza contenido para un uso extendido.

Ventajas para los estudiantes

- La apariencia de los recursos instruccionales promueve la comodidad.
- Disponibilidad "Just-in-time"
- Puede individualizar la educación.
- Sirve para una variedad de estilos de aprendizaje individuales.

De tal manera, que la escuela de hoy enfrenta grandes retos y entre estos está renovar las prácticas pedagógicas, hacer uso eficiente de recursos tecnológicos como mediadores en los procesos educativos, con el propósito de acercarse y ajustarse a las necesidades e intereses de los estudiantes. De hecho, (Zubiría, 2013), en su artículo titulado “El maestro y los desafíos a la educación en el siglo XXI”, señala que el mundo es flexible cambiante y diverso, y la escuela sigue siendo estática. El mundo exige flexibilidad y creatividad para adaptarse a una vida profundamente cambiante, mientras la escuela asume currículos fijos delimitados desde siglos atrás.

Por otra parte, no se debe perder de vista el seguimiento que hace el Gobierno colombiano en cuanto a los avances académicos en cada una de las Instituciones Educativas del país y en todos los niveles, a través del índice Sintético de Calidad, el cual está diseñado para que las Instituciones Educativas tomen decisiones e incorporen en su quehacer pedagógico acciones innovadoras con el fin de elevar la calidad y mostrar mejores resultados (MEN, Colombia Aprende, 2018).

2. Metodología

La investigación se abordó desde un enfoque mixto teniendo en cuenta que: “Los métodos mixtos representan un conjunto de procesos sistemáticos, empíricos y críticos de investigación e implican la recolección y el análisis de datos cuantitativos y cualitativos, así como su integración y discusión conjunta, para realizar inferencias producto de toda la información recabada (meta inferencias) y lograr un mayor entendimiento del fenómeno bajo estudio”. (Hernández sampieri & Mendoza Torres, 2018, pág. 612).





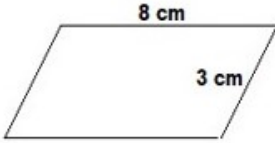
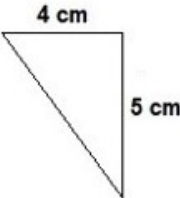
Por tanto, esta investigación integra datos cualitativos y cuantitativos tales como: observación directa, pretest (prueba diagnóstica), postest (prueba de verificación) y una encuesta a los docentes (cuestionario de preguntas cerradas), con el propósito de realizar un mejor análisis respecto al impacto que generó el laboratorio de geometría interactivo en el desarrollo del pensamiento métrico espacial en los estudiantes de quinto grado de la Institución Educativa Técnico Industrial Blas Torres De La Torre.

En igual forma, la investigación está soportada en el paradigma socio crítico; ya que este introduce la ideología de forma explícita y la autorreflexión crítica en los procesos del conocimiento. Su finalidad es la transformación de la estructura de las relaciones sociales y dar respuesta a determinados problemas generados por éstas, partiendo de la acción - reflexión de los integrantes de la comunidad. (Alvarado & García, 2008).

Con un tipo de estudio analítico, esta investigación estuvo dirigida a una población de 168 estudiantes del grado quinto de la jornada de la mañana de la Institución Educativa Técnico Industrial Blas Torres De La Torre distribuidos en cuatro grupos así: 5°A, B, C y D, cada uno conformado por 42 estudiantes, de esta población se tomó una muestra de 25 estudiantes de manera aleatoria, a los cuales se les aplicó un pretest, basado en una prueba diagnóstica conformada por 25 preguntas, para esto los estudiantes fueron ubicados en una aula de clases destinada para este propósito y se les hizo entrega de la prueba diagnóstica de manera física, una prueba de selección múltiple con cuatro opciones de respuestas por pregunta.

Esta prueba permitió conocer el dominio de los estudiantes en cuatro aspectos fundamentales de la geometría relacionados con el pensamiento métrico espacial como son: Reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos, se plantearon 10 preguntas en este aspecto. Con relación al perímetro, área y resolución de problemas se plantearon 5 preguntas para conocer el dominio de los estudiantes en cada uno de estos aspectos. Algunos ejemplos de estas preguntas se observan en la tabla 1.

Tabla 1
Ejemplos de preguntas del pretest y postest

<p>Con respecto al reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Cuál de las siguientes figuras corresponde a un rombo? <p>a)  b) </p> <p>c)  d) </p>	<p>Con respecto a Perímetro:</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Cuál es el perímetro del siguiente romboide? <p></p> <p>a) 11 cm b) 14 cm c) 22 cm d) 24 cm</p>
<p>Con respecto al área:</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Cuánto mide el área del triángulo? <p>a) 9 cm² b) 10 cm² c) 18 cm² d) 20 cm²</p> <p></p>	<p>Con respecto a la resolución de problemas:</p> <ul style="list-style-type: none"> Cierto terreno rectangular tiene una superficie de 700 m². Si el ancho mide 20 m. ¿Cuánto mide su longitud? <p>a) 17 m b) 35 m c) 330 m d) 340 m</p>

Fuente: Elaboración propia

Luego de la implementación del Laboratorio de Geometría Interactivo, basado en objetos virtuales de aprendizaje, se aplicó un postest fundamentado en los mismos aspectos del pretest, para verificar el impacto que tuvo la implementación de esta estrategia didáctica.

En cuanto a la encuesta a los docentes, se seleccionaron 14 de ellos, todos del área de matemática, con el propósito de conocer que recursos son utilizados al momento de enseñar geometría y además conocer la importancia que los docentes le dan al uso de los recursos tecnológicos, las habilidades que poseen a la hora de hacer uso de ellos y las herramientas tecnológicas que conocen para la enseñanza de la geometría. Con respecto al diseño de la encuesta, se plantearon 13 preguntas de selección múltiple con cinco opciones de respuesta por pregunta, entre las cuales se les pide seleccionar algunos software educativos especializados en geometría que conozcan y que dominen como GeoGebra, Cindirella, R y C-Regla y compás, Cabri, Geometre, entre otros. De igual manera, se indagó por la frecuencia del uso que hacen de los recursos tecnológicos en sus prácticas docentes. Esta encuesta se elaboró en formulario de Google y se compartió a través de los correos electrónicos de los docentes seleccionados.

3. Resultados

Los resultados del pretest y postest fueron sometidos a la prueba de consistencia interna Alfa de Cronbach la cual según lo indica (Frias-Navarro, 2019) es un coeficiente que permite medir la fiabilidad de los resultados, en este caso particular permitió medir la fiabilidad de ambas pruebas, arrojando un índice de fiabilidad de 0,847 para la escala asociada con el pretest y de 0,879 para la escala asociada con el postest.

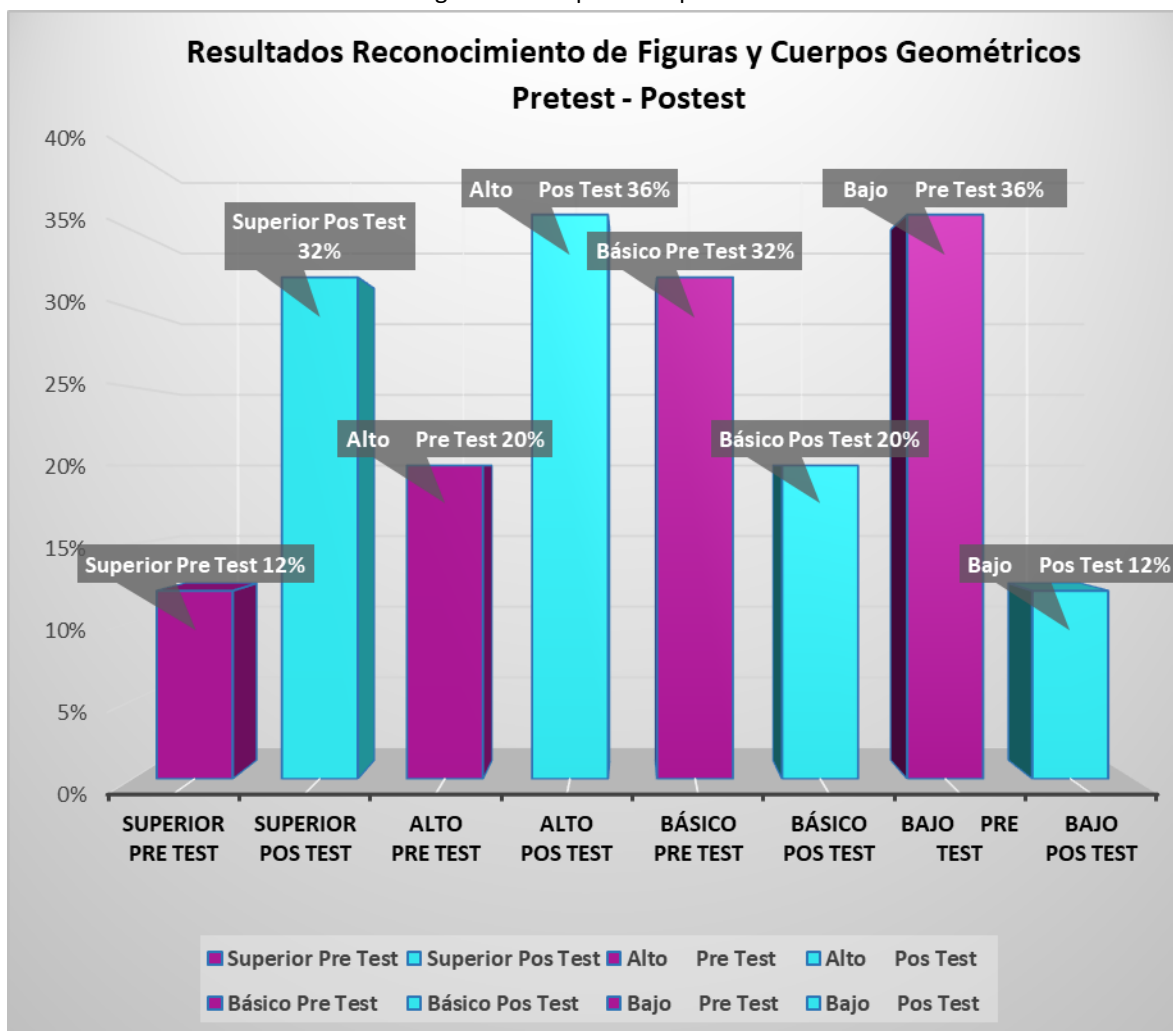
Asimismo, para fortalecer los hallazgos se hizo uso del coeficiente W de Kendall (EcuRed, 2012), siendo esta una de las técnicas no paramétricas que permite medir el grado de correlación entre las variables de una muestra, lo

que permitió observar el grado de concordancia en las respuestas, es decir, medir las percepciones y avances de los estudiantes respecto al desarrollo de su pensamiento métrico espacial.

3.1. Reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos

Se plantearon 10 preguntas basadas en diferentes tipos de figuras y cuerpos geométricos, tales como: triángulos, cuadriláteros, cuerpos redondos y poliedros, con el propósito de determinar el nivel de conocimiento que tienen los estudiantes con respecto a estos.

Figura 1
Reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos pretest – postest



Fuente: Elaboración propia

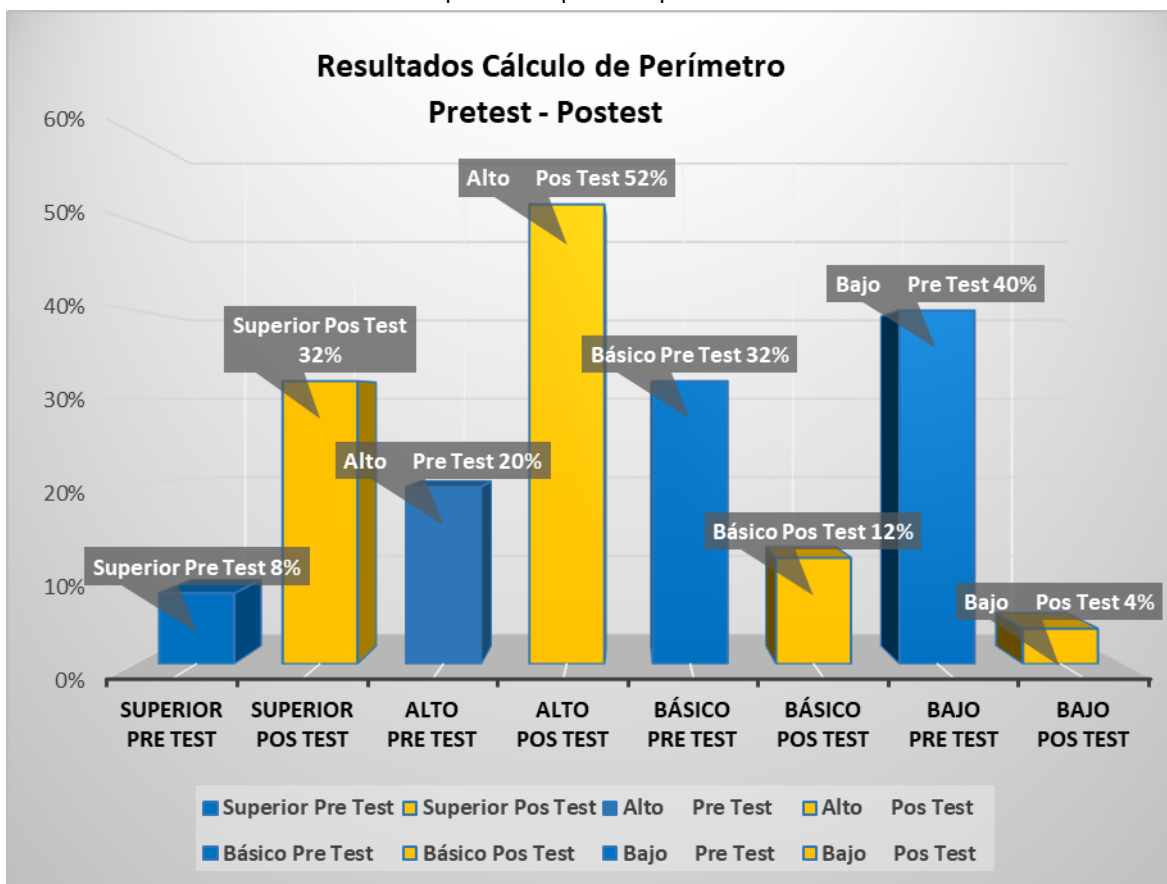
En la figura 1, se observa el nivel de desempeño de los estudiantes respecto al reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos. Si se analizan los extremos, es decir, los niveles superior y bajo con respecto al pretest y postest se aprecia que: un 20% de los estudiantes avanzó al nivel superior, ya que, pasó de un 12% en el pretest a un 32% en el postest, lo cual deja en evidencia que de 3 estudiantes se aumentó a 8 estudiantes que reconocen perfectamente las figuras y cuerpos geométricos. En cuanto al desempeño bajo, también se evidencia una mejoría significativa, puesto que, se disminuyó el porcentaje en este nivel, al pasar de un 36% a un 12%, lo cual da cuenta que, de 9 estudiantes que no reconocían las figuras y cuerpos geométricos, 6 de ellos lograron avanzar

hacia un mejor nivel de desempeño. Así mismo, se observa una mejoría en los niveles intermedios como son en el alto pasando del 20% al 36% y en el básico de un 32% se redujo a 20%.

3.2. Cálculo de perímetro

Con relación al Perímetro se plantearon 5 preguntas tomando como base figuras como: Romboide, rectángulo, triángulo y cuadrado, de esta manera conocer el nivel de conocimiento de los estudiantes con relación al cálculo de perímetro.

Figura 2
Resultados cálculo de perímetro pretest - postest



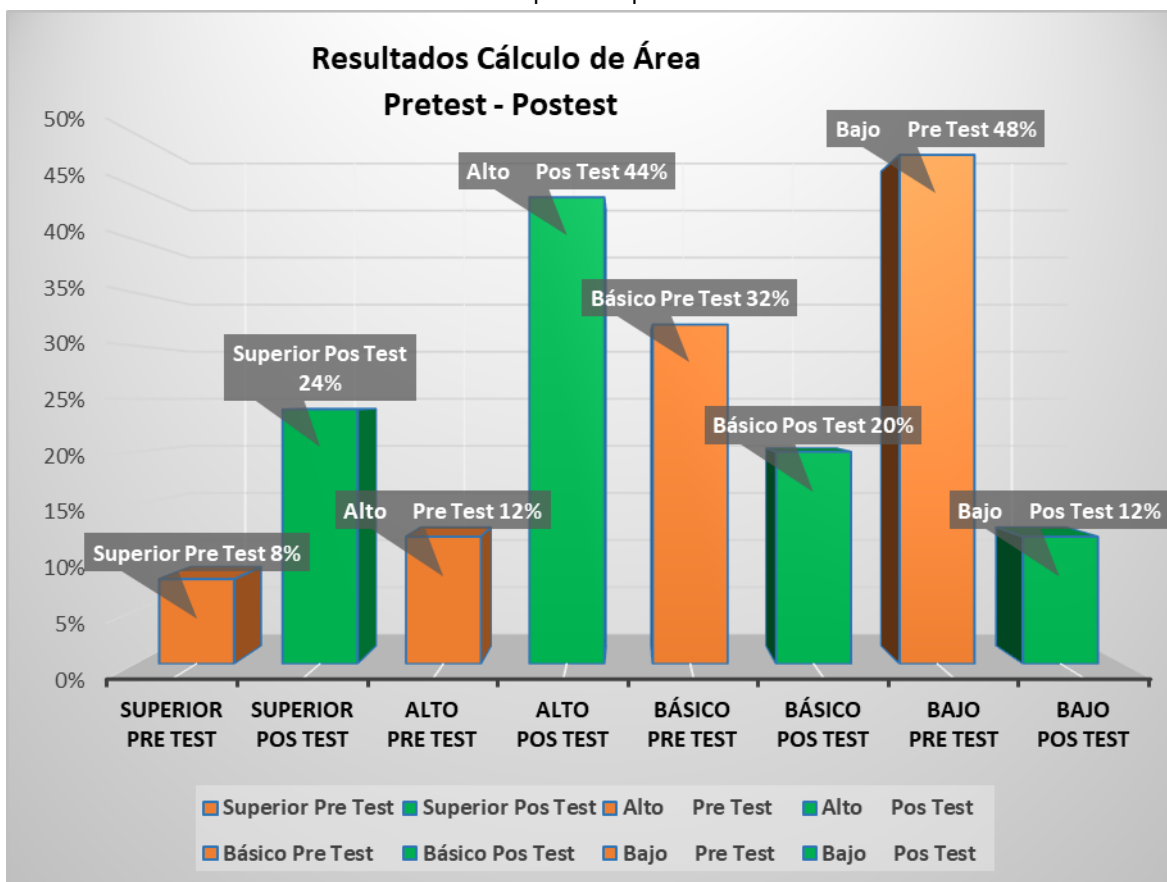
Fuente: Elaboración propia

Con respecto a los resultados en el cálculo de perímetro, se evidencia un progreso significativo en los estudiantes tal como se aprecia en la figura 2, ya que, un 24% de los estudiantes avanzó al nivel superior, pasando de un 8% en el pretest a un 32% en el postest. En igual sentido, se observa un progreso en el nivel bajo, ya que se logró reducir en un 36% el porcentaje de estudiantes que no comprendían este tema, pasando de un 40% en el pretest a un 4% en el postest, lo que significa que de los 25 estudiantes sólo 1 no respondió de manera satisfactoria a las preguntas correspondientes a perímetro. Así mismo, se observan avances en los niveles intermedios así: en el nivel alto aumentó el porcentaje de estudiantes en un 32% pasando de 5 a 13 estudiantes y en el nivel básico se disminuyó el porcentaje en un 20%, es decir, de 8 estudiantes ubicados en este nivel antes de la implementación del laboratorio de geometría interactivo, 5 de ellos lograron avanzar a otros niveles después de implementar esta estrategia didáctica.

3.3. Cálculo de área

Para determinar el nivel de los estudiantes frente al tema del área, se plantearon 5 variables enfocadas en los siguientes aspectos: Calcular el área de un cuadrado dado su perímetro, calcular el área de un triángulo conociendo sus lados, calcular el área total de un terreno rectangular conociendo la medida de sus lados, calcular el área de un cuadrado conociendo la medida de un lado.

Figura 3
Resultados cálculo de área pretest - posttest



Fuente: Elaboración propia

En relación con la figura 3, se puede observar un progreso por parte de los estudiantes con respecto al cálculo de área de polígonos, puesto que, en el pretest sólo un 8% de los estudiantes obtuvo desempeño superior, mientras que en el posttest el porcentaje se incrementó a un 24%, notándose un avance en este nivel de un 16%. Respecto al nivel bajo, el avance fue mayor puesto que inicialmente un 48% de los estudiantes no supo calcular el área de los polígonos y luego de la implementación del laboratorio de geometría interactivo se evidenció que un 36% de esos estudiantes desarrollaron habilidades con relación al cálculo de área, de tal manera que se redujo a 12% el porcentaje de estudiantes con desempeño bajo, esto significa que de los 12 estudiantes que estaban en el nivel bajo, 9 de ellos lograron avanzar a otros niveles. En cuanto a los niveles intermedios, se observa que el nivel alto se incrementó en un 32% pasando de 12% a 44% y en el nivel básico la mejoría fue de un 12%.

3.4. Resolución de problemas

Uno de los aspectos fundamentales en la geometría es la resolución de problemas, y para conocer el nivel de los estudiantes con relación a este aspecto se plantearon 5 preguntas específicas que apuntan a encontrar el ancho, la longitud, el área y el perímetro, en diversas situaciones problémicas.

Figura 4
Resultados resolución de problemas pretest - postest



Fuente: Elaboración Propia

En lo que respecta a la resolución de problemas, la figura 4 nos muestra la crítica situación de los estudiantes con relación a este aspecto antes de la implementación del laboratorio de geometría interactivo, puesto que, sólo un 4% de los estudiantes se ubicó en el nivel superior, mientras que el 60% se ubicó en el nivel bajo. Sin embargo, una vez implementadas las actividades basadas en objetos virtuales de aprendizajes se evidencia un progreso por parte de los estudiantes, ya que, en el nivel superior se logró avanzar en un 20% al pasar de un 4% a un 24%. Con respecto al nivel bajo, el porcentaje se redujo en un 44%, pasando del 60% al 16%. Así mismo, en los niveles intermedios se evidencia progreso, puesto que el nivel alto se incrementó en un 32%, pasando de 8% a un 40%, es decir, de 2 estudiantes se incrementó a 10 estudiantes. Con relación al nivel básico, este se redujo en un 8%, pasando de 28% a 20%, significa que 2 estudiantes lograron avanzar a un mejor nivel. Hay que tener en cuenta, que la resolución de problemas es el aspecto más complejo no sólo de la geometría sino de la matemática en general.

4. Discusión

Esta investigación tuvo como objetivo desarrollar el pensamiento métrico espacial en estudiantes de quinto grado, a través de la implementación de un laboratorio de geometría interactivo, basado en objetos virtuales de aprendizajes, con el propósito de promover un aprendizaje autónomo, participativo y colaborativo.

Los resultados muestran a través de la prueba de verificación, en este caso el postest que los estudiantes alcanzaron avances significativos en el desarrollo de su pensamiento métrico espacial una vez implementado el laboratorio de geometría interactivo basado en objetos virtuales de aprendizaje, en cuatro aspectos fundamentales de la geometría relacionados con este pensamiento así:

En primera instancia, el reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos: este aspecto está directamente relacionado con el pensamiento espacial, tal como lo menciona Howard Gardner en su teoría de la inteligencias múltiples y a la vez secuencial como lo indica Van Hile a través de los cinco niveles de desarrollo del pensamiento geométrico que él propone, pues, se va desarrollando en la medida que se reconocen las figuras y cuerpos geométricos con sus propiedades, características y ubicación en el espacio.

El avance evidenciado en los estudiantes, a través de los resultados obtenidos en el postest, con respecto al reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos se dio gracias a la utilización del software geogebra, los simuladores en línea y en general de los objetos virtuales de aprendizajes incorporados en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la geometría, ya que los estudiantes tuvieron la oportunidad de visualizar en un plano tridimensional una variedad de figuras y cuerpos geométricos. Además, lograron interactuar de forma didáctica con los recursos virtuales de aprendizaje de acuerdo con su ritmo de desarrollo y estilo de aprendizaje.

En segunda instancia, los aspectos relacionados con el cálculo de perímetro y área de polígonos, ya que estos aspectos permitieron desarrollar en los estudiantes el pensamiento métrico y los sistemas de medida, logrando que ellos diferenciaron estos dos conceptos y lo aplicaron correctamente en diversas situaciones. Las confusiones en estos dos conceptos detectadas en el pretest se pudieron despejar de manera significativa con la ayuda de la incorporación del software geogebra, con los simuladores de la web trabajando perímetro, así mismo, con el calculador de área en línea.

Los resultados del postest dan muestra que los estudiantes evidenciaron un mayor avance en el concepto de perímetro con relación al de área, esto se debe a que los preconceptos que el estudiante debe emplear al momento de hallar el perímetro son más elementales que al momento de hallar el área, mientras que el cálculo de área implica conocer y aplicar algoritmos específicos de acuerdo a cada figura, en otras palabras el conocimiento de perímetro es el preconcepto del conocimiento y dominio del área.

La resolución de problemas es uno de los aspectos más álgidos no sólo de la geometría sino del área de matemática en general, pues esta requiere además del dominio de conocimientos previos, el desarrollo de habilidades y estrategias de solución de problemas por parte de los estudiantes. De hecho, en los resultados del pretest con respecto a este aspecto se puede evidenciar el bajo desempeño de los estudiantes en todos los niveles analizados.

5. Conclusiones

De acuerdo con estas evidencias se puede concluir que los estudiantes se apropiaron de los conocimientos abordados tales como: el reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos, el cálculo de perímetro y área; además desarrollaron habilidades y estrategias de resolución de problemas al aplicar estos conceptos en diferentes situaciones problemáticas con la ayuda del laboratorio de geometría interactivo, tal como se puede apreciar en los resultados del postest.

Así mismo, los estudiantes de quinto grado desarrollaron su pensamiento métrico espacial de manera significativa con la ayuda de la implementación del laboratorio de geometría interactivo, basado en objetos virtuales de aprendizaje tales como: el software especializado con fines educativos geogebra, los simuladores en línea, los videos educativos y las diferentes actividades interactivas.

Gracias a la modificación de la didáctica empleada en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la geometría, los estudiantes se convirtieron en protagonistas de este proceso al reconstruir su conocimiento de manera autónoma, participativa, colaborativa, divertida, motivante y además interactiva en cuatro aspectos fundamentales de la geometría relacionados con el pensamiento métrico espacial como son: reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos, perímetro, área y resolución de problemas.

Por otro lado, se pudo observar el grado de interés que se despertó en los estudiantes al momento de conectarse y desarrollar las diferentes actividades interactivas propuestas, sus niveles de motivación y expectativas fueron mayores a las que suelen presentar durante las clases magistrales o tradicionales, dedicando así más tiempo al estudio de la geometría de forma dinámica, atractiva y divertida.

Referencias Bibliográficas

- Alvarado, I., & García, M. (2008). Características más relevantes del paradigma socio-crítico: su aplicación en investigaciones de educación ambiental y de enseñanza de las ciencias realizadas en el doctorado en educación del Instituto Pedagógico de Caracas. *Sapiens*, 190.
- Ausubel, D. (1983). *Teoría del Aprendizaje Significativo*. Obtenido de Fascículos de CEIF.
- Ausubel, D. (1983). *Teoría del aprendizaje significativo*. Obtenido de Fascículos de CEIF: https://scholar.google.com.co/scholar?q=aprendizaje+significativo+de+ausubel&hl=es&as_sdt=0&as_vis=1&oi=scholar#d=gs_cit&u=%2Fscholar%3Fq%3Dinfo%3AwIPvAJLin54J%3Ascholar.google.com%2F%26out%3Dcite%26scirp%3D0%26hl%3Des
- Bernal, A. (27 de Marzo de 2013). *SlideShare*. Recuperado el 4 de Junio de 2020, de <https://es.slideshare.net/angelik21/ventajas-y-desventajas-del-objeto-de-aprendizaje>
- Callejas Cuervo, M., Hernández Niño, E. J., & Pinzón Villamil, J. N. (20 de Marzo de 2011). Objetos de Aprendizaje, un Estado del Arte. *Entramado*, 7(1), 176-189. Recuperado el 27 de mayo de 2020, de <http://www.scielo.org.co/pdf/entra/v7n1/v7n1a12.pdf>
- EcuRed, c. (23 de 05 de 2012). *Coeficiente de Kendall*. Obtenido de EcuRed: https://www.ecured.cu/Coeficiente_de_Kendall
- Feria Marrugo, I. M., & Zúñiga López, K. S. (Julio de 2016). OBJETOS VIRTUALES DE APRENDIZAJE Y EL DESARROLLO DE. *Praxis*, 12, 63-77. doi: <http://dx.doi.org/10.21676/23897856.1848>
- Frias-Navarro, D. (2019). *www.uv.es*. Obtenido de Universidad de Valencia: <https://www.uv.es/~friasnav/AlfaCronbach.pdf>
- Germán, G. (2016). *Tesis y monográficos*. Obtenido de <http://tesisymonograficos.blogspot.com/p/disenometodologico.html?m=1>
- Gomez, M. M. (01 de Febrero de 2019). *E-Learning Masters*. Recuperado el 26 de mayo de 2020, de <http://elearningmasters.galileo.edu/2019/02/01/objetos-virtuales-de-aprendizaje/>

- Hernández sampieri, R., & Mendoza Torres, C. (2018). *Metodología de La Investigación Las Rutas Cuantitativa, Cualitativa, y Mixtas*. México: McGraw Hill.
- Hile, V. (s.f). *Teoría de van Hiele*. Obtenido de Wikipedia:
https://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_de_van_Hiele
- León, O. A., Schilardi, A., Segura, S., & Polenta, C. (31 de octubre de 2016). Estilos de aprendizaje y objetos virtuales para enseñanza. *Revista De Estilos De Aprendizaje*, 9(18), 96-116. Recuperado el 18 de julio de 2020, de <http://revistaestilosdeaprendizaje.com/article/view/1039>
- Macías, M. A. (2002). LAS MÚLTIPLES INTELIGENCIAS. *Psicología desde el Caribe*.
- MEN. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Bogotá.
- MEN. (2004). *Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales*. Bogotá.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos De Competencias*. Bogotá.
- MEN. (2012). *Recursos Educativos Digitales Abiertos*. Cundinamarca, Bogotá D.C. Recuperado el 27 de mayo de 2020, de <http://www.colombiaaprende.edu.co/reda/REDA2012.pdf>
- MEN. (abril de 2018). *Colombia Aprende*. Obtenido de Colombia Aprende:
<http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/siempreDiaE/86402>
- Mitjana, L. R. (2010). *Psicología y mente*. Obtenido de Psicología y mente:
<https://psicologiaymente.com/miscelanea/alfa-de-cronbach>
- Múnera, .. A. (2015). Pensamiento espacial a través del doblado de papel. *Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 4. Recuperado el 23 de Mayo de 2020, de <http://funes.uniandes.edu.co/958/1/2Taller.pdf>
- Ospina Espinal, Y. A., & Galvis López , J. J. (2015). Flexibilización de la educación tradicional hacia un enfoque curricular virtual. *Virtu@lmente*, 4-29. Recuperado el 22 de julio de 2020, de <https://journal.universidadean.edu.co/index.php/vir/article/view/1433>
- Prieto González, J. L. (2016). GeoGebra en diferentes escenarios de actuación. *Clic*, 9-23.
- Rojas Garzón, P. J. (2001). *Pensamiento Métrico: Construcción del concepto de medida*. Obtenido de Funes:
<http://funes.uniandes.edu.co/2418/1/Rojas2001Pensamiento.pdf>
- Ruíz Vahos, H. M., Ávila Mejía, P. E., & Villa Ochoa, J. A. (2013). Uso de Geogebra como herramienta didáctica dentro del aula de matemáticas. *ITM*, 446-454. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/2187/1/ruizavillaochoa.pdf>
- UNESCO. (septiembre de 2015). *UNESDOC Biblioteca Digital*. Obtenido de UNESDOC Biblioteca Digital:
<https://es.unesco.org/sdgs>
- Vargas Vargas, G., & Gamboa Araya, R. (2013). EL MODELO DE VAN HIELE Y LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA. *UNICIENCIA*, 74-94.
- Zubiría, S. J. (2013). El maestro y los desafíos a la educación en el siglo XXI. *Redipe*, pág.1.