

# Análisis de instrumentos de evaluación sobre la primera derivada mediante los criterios de idoneidad epistémica

## Analysis of assessment instruments on the first derivative using epistemic suitability criteria

VERGARA, Jordán C.<sup>1</sup>

MUÑOZ, Cristián A.<sup>2</sup>

GARCÍA-GARCÍA, Jaime I.<sup>3</sup>

ARREDONDO, Elizabeth H.<sup>4</sup>

### Resumen

Este estudio busca analizar los instrumentos de evaluación que diseñan profesores de matemática para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la primera derivada en educación media, mediante los criterios de idoneidad epistémica. Para ello, se realiza un análisis de contenido de dichos instrumentos. En general, los resultados muestran una alta idoneidad epistémica, puesto que se presentan elementos de los criterios de los componentes: significados, relaciones y procesos. Sugerimos abordar los elementos faltantes para relacionar los distintos significados de la primera derivada.

**Palabras clave:** instrumento de evaluación, idoneidad epistémica, primera derivada, educación media.

### Abstract

This study aims to analyze the evaluation instruments designed by mathematics teachers for the teaching-learning process of the first derivative in secondary education, using the criteria of epistemic suitability. For this purpose, a content analysis of these instruments is carried out. In general, the results show high epistemic suitability, since elements of the component criteria are presented: meanings, connections and processes. We suggest addressing the missing elements to relate the different meanings of the first derivative.

**Key words:** evaluation instrument, epistemic suitability, first derivative, secondary education.

---

## 1. Introducción

La evaluación está estrechamente vinculada al proceso de enseñanza-aprendizaje (Gómez *et al.*, 2003), debido a que: 1) permite dar cierre al ciclo de este proceso; 2) es necesaria para que el profesor determine el grado de aprendizaje alcanzado por los estudiantes, y 3) permite realizar la retroalimentación que promueve corregir los errores, tanto en estudiantes como en los profesores (Sánchez *et al.*, 2016). Por su parte, Reyes *et al.*, (2015)

---

<sup>1</sup> Estudiante de Pedagogía en Matemática. Departamento de Matemática. Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación. Chile. jordan.vergara2019@umce.cl

<sup>2</sup> Estudiante de Pedagogía en Matemática. Departamento de Matemática. Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación. Chile. cristian.munoz2020@umce.cl

<sup>3</sup> Académico. Departamento de Matemática. Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación. Chile. jaime.garcia@umce.cl

<sup>4</sup> Académica. Departamento de Ciencias Exactas. Universidad de Los Lagos. Chile. elizabeth.hernandez@ulagos.cl

mencionan que la evaluación educativa permite comprobar el alcance de los objetivos y/o competencias propuestas, a partir de un conjunto de procedimientos que permitan conocer en qué medida se van logrando las metas educativas.

Sánchez *et al.*, (2016) señalan que los instrumentos de evaluación cumplen un papel esencial en el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que permiten mostrar los logros alcanzados tanto por estudiantes como por profesores. Asimismo, estos autores mencionan que la evaluación es una tarea continua que tiene como propósito la asignación de una calificación y la cualificación de las causas, errores y dificultades que se presentan en los estudiantes para tener un buen o mal desempeño; con ello, es posible que el profesor identifique las necesidades que se presentan en el aula y establezca las estrategias que fuesen pertinentes. En síntesis, los instrumentos de evaluación, como pruebas, tareas y trabajos extraescolares, son relevantes dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje debido a que permiten medir y valorar el aprendizaje de los estudiantes.

Por otra parte, dentro del estudio del cálculo, la derivada, y en particular la primera derivada, juega un papel crucial ya que como indica Silva (2014), es una herramienta matemática sumamente útil para una amplia gama de profesionales, gracias a sus numerosas aplicaciones; por ejemplo: 1) el análisis de la velocidad de cambio, que permite determinar la rapidez con la que un objeto en estudio cambia de posición; 2) la optimización de modelos matemáticos, que busca maximizar el rendimiento o reducir costos; y 3) el esquema de variación, que ayuda a comprender el comportamiento general de situaciones modeladas matemáticamente. En general, podemos mencionar que la primera derivada no solo nos ayuda a entender el cambio instantáneo en una función, sino que también es fundamental para resolver una variedad de problemas prácticos en ciencia, ingeniería, economía, entre otras disciplinas. Zandieh (2000) señala diversas representaciones del concepto de derivada: gráficamente, como la pendiente de la línea tangente a la curva en un punto determinado; verbalmente, como la razón de cambio instantánea; simbólicamente, como el límite del cociente incremental; y desde el punto de vista de la física, como la velocidad en el estudio del movimiento de los objetos.

Artigue (1995) destaca que, aunque es posible enseñar a los estudiantes a calcular derivadas y primitivas de manera mecánica, resulta complejo que comprendan los conceptos y métodos fundamentales en esta área de la matemática. En este contexto, consideramos que el profesorado desempeñan un papel crucial en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la derivada, para que los estudiantes desarrollen una comprensión idónea de este concepto matemático.

En Chile, en educación media, la derivada se estudia en un curso electivo llamado: Límites, derivadas e integrales, el cual se imparte en tercero y cuarto medio, cuya edad de los estudiantes oscila entre los 16 y 18 años. La unidad 3 del curso, “Modelar situaciones de cambio con derivadas”, está relacionada con el estudio de la derivada, y tiene como propósito que el estudiantado comprenda las nociones básicas de la derivada, tales como la pendiente de la tangente a la curva y la razón de cambio (MINEDUC, 2021). En la Tabla 1 se presentan los objetivos de aprendizaje (OA) declarados para el estudio de la derivada en educación media en Chile. Como podemos observar, en los objetivos de aprendizaje OA 3 y OA 4 se señala el conocimiento matemático que debería adquirir el estudiante; mientras que, en los objetivos de aprendizaje OA a, OA d y OA e, se detallan las habilidades que debería desarrollar.

En este contexto, dada la importancia de los instrumentos de evaluación y la primera derivada como contenido matemático, el presente estudio tiene como objetivo analizar los instrumentos de evaluación diseñados por profesores de matemáticas para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la primera derivada en educación media. Para ello, se hace uso de algunas herramientas del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS); en particular, los criterios de idoneidad epistémica (Godino, 2013; 2024).

**Tabla 1**  
Objetivos de Aprendizaje (OA) relacionados con el estudio  
de la derivada en la educación media en Chile

Nivel escolar	Unidad	Objetivos de aprendizaje
3° y 4° medio (MINEDUC, 2021, p. 103)	Unidad 3. Modelar situaciones de cambio con derivadas	OA 3 Modelar situaciones o fenómenos que involucren rapidez instantánea de cambio y evaluar la necesidad eventual de ajustar el modelo obtenido. OA 4 Resolver problemas que involucren crecimiento o decrecimiento, concavidad, puntos máximos, mínimos o de inflexión de una función, a partir del cálculo de la primera y segunda derivada, en forma manuscrita y utilizando herramientas tecnológicas digitales. OA a. Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios. OA d. Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones, para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados. OA e. Construir modelos realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema, y tomar decisiones fundamentadas.

Fuente: Elaboración propia

El EOS es un modelo teórico que aporta un sistema de nociones, principios y herramientas metodológicas para estudiar y entender la naturaleza de la actividad matemática, el conocimiento matemático y los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Godino, 2024). En el marco del EOS, se ha desarrollado una herramienta teórica denominada idoneidad didáctica, la cual “incluye un sistema de criterios para la evaluación integral de los procesos de enseñanza y aprendizaje y un modelo de conocimientos y competencias del profesor de matemáticas” (Godino, 2024, p. 42). Ahora bien, un alto grado de idoneidad didáctica en un proceso de instrucción matemática se logra a partir de la articulación coherente y sistémica de las distintas facetas implicadas en dicho proceso, denominadas como criterios de idoneidad didáctica: epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica (Godino, 2013). De acuerdo con Godino (2024, p. 280), estos criterios “deben entenderse como principios a seguir para que el proceso instruccional sea idóneo en cada una de sus facetas, atendiendo a sus componentes”.

Este estudio se centra en la idoneidad epistémica, referida al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia (Godino, 2013, 2024). En ese sentido, con la idoneidad epistémica se pretende identificar si el significado de la primera derivada implementado en los instrumentos de evaluación que diseñan profesores de matemáticas es pertinente respecto a su significado de referencia.

Los componentes de la idoneidad epistémica son: 1) significados (situaciones-problema, lenguajes, reglas - definiciones, proposiciones, procedimientos- y argumentos) 2) relaciones o conexiones; y 3) procesos (Godino (2013, 2024), los cuales se presentan en la Tabla 2.

Estos indicadores se proponen con la intención de “analizar la interacción entre las funciones del profesor y los alumnos a propósito de un contenido matemático específico” (Godino, 2013, p. 17). En relación con esto, se han desarrollado algunos estudios enfocados en la elaboración de criterios específicos de idoneidad epistémica en contenidos como las tablas estadísticas, el área o la derivada (Pallauta y Batanero, 2024; Caviedes y Pallauta, 2024; Pino-Fan *et al.*, 2013; Galindo y Breda, 2023).

**Tabla 2**  
Criterios de idoneidad epistémica, sus  
componentes y subcomponentes

Criterios específicos según componente	Subcomponente
<p><i>Significados</i></p> <p>– Seleccionar los significados parciales cuyo estudio se adapta a las circunstancias contextuales y personales de los estudiantes, contextualizándolos mediante situaciones-problemas comprensibles para los mismos.</p> <p>– Tener en cuenta una muestra representativa de los objetos primarios implicados en la actividad matemática (situaciones, lenguajes, conceptos y propiedades, procedimientos y argumentos) que intervienen en los significados parciales del contenido.</p>	<p><i>Situaciones-problema</i></p> <p>– Presentar una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación y generación de problemas (problematización).</p>
	<p><i>Lenguajes</i></p> <p>– Usar una muestra representativa de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre los mismos.</p> <p>– Adecuar el nivel del lenguaje a los niños a los que se dirige.</p> <p>– Proponer situaciones de expresión matemática e interpretación.</p>
	<p><i>Reglas (definiciones, proposiciones, procedimientos)</i></p> <p>– Proponer definiciones y procedimientos claros, correctos y adaptados al nivel educativo al que se dirigen.</p> <p>– Presentar correctamente los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado.</p> <p>– Proponer situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones, proposiciones o procedimientos.</p>
	<p><i>Argumentos</i></p> <p>– Proponer explicaciones, comprobaciones y demostraciones correctas y adecuadas al nivel educativo a que se dirigen.</p> <p>– Promover situaciones donde el alumno tenga que argumentar.</p>
<p><i>Relaciones (conexiones)</i></p> <p>– Relacionar entre sí los significados parciales estudiados y los objetos que intervienen en las prácticas correspondientes, así como con el contenido de otros temas que el estudiante ya conoce.</p>	
<p><i>Procesos</i></p> <p>– Tener en cuenta la diversidad de procesos de los cuales emergen los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas (problematización, representación, definición, generalización, modelización...).</p>	

Fuente: Elaborada a partir de Godino (2024, p. 281-283).

## 2. Metodología

El estudio emplea una metodología cualitativa de carácter descriptiva e interpretativa (Hernández *et al.*, 2014). Se realiza un análisis de contenido (AC) de los instrumentos de evaluación diseñados por profesores de matemáticas para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la primera derivada en educación media. Las fases de estudio del análisis de contenido, de acuerdo con Bernete (2013), se describen a continuación.

**Fase 1. Trabajo previo a la obtención de los datos.** De acuerdo con el objetivo planteado en este estudio, los documentos corresponden a los instrumentos de evaluación de los profesores seleccionados mediante un muestreo no probabilístico, por conveniencia. Dichos documentos conforman las unidades de muestreo, en los cuales se analizan los componentes de la idoneidad epistémica. El criterio de selección fue que los profesores hayan impartido, o se encuentren impartiendo, el curso electivo denominado: Límites, derivadas e integrales. Algunas características de los profesores seleccionados son:

- Profesor A. 42 años. Profesor de Matemática, mención Estadística Educacional. Magíster en Ciencias, mención Matemática, por la Universidad de Chile. 18 años de experiencia.
- Profesor B. 40 años. Profesor en Educación Media de Matemática y Computación. 17 años de experiencia.
- Profesor C. 30 años. Profesor en Educación Media de Matemática. Diplomado en Educación Matemática Inclusiva. 6 años de experiencia.

- Profesor D. 36 años. Profesor de Matemática, mención Estadística Educacional (UMCE). Magíster en Didáctica de la Matemática. 7 años de experiencia.

**Fase 2. Extracción de los datos.** En esta fase se diseñó un instrumento para la recolección de los datos, denominado libro de códigos (ver Tabla 3), que contiene los componentes, subcomponentes e indicadores de la idoneidad epistémica.

**Tabla 3**  
Libro de códigos. Indicadores  
de la idoneidad epistémica

Componente	Subcomponente	Indicador
<p>Los significados parciales de la derivada, en función de su significado holístico a lo largo del tiempo, son: a) trazado de tangentes en la matemática griega; b) problemas sobre la variación en la edad media; c) cálculo de subtangentes y tangentes con el álgebra; d) trazado de tangentes mediante consideraciones cinemática; e) cálculo de máximos y mínimos mediante la idea intuitiva de límite; f) cálculo de tangentes y subtangentes mediante métodos infinitesimales; g) cálculo de fluxiones; h) cálculo de diferencias; y i) derivada como límite (Pino-Fan <i>et al.</i>, 2013).</p> <p>La componente 'significados' se divide en cuatro subcomponentes: situaciones-problema, lenguajes, reglas y argumentos. Para el caso de las situaciones-problema, hemos considerado los campos de problemas que han sido utilizado para analizar la idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato mexicano y en libros de texto de las carreras de Ingeniería Comercial en Chile (Pino-Fan <i>et al.</i>, 2013; Galindo y Breda, 2023).</p>		
Significados (IEp.S)	Situaciones - problema (IEp.S.SP)	Incorporar los distintos campos de problemas de la derivada, ligados a su significado holístico, los cuales son: a) cálculo de tangentes; b) cálculo de tasas instantáneas de cambio; c) cálculo de tasas instantáneas de variación; d) aplicación de la derivada (análisis de gráficas, cálculo de máximos y mínimos, etc.); e) cálculo de derivadas a partir de reglas y teoremas de derivación (Pino-Fan <i>et al.</i> , 2013; Galindo y Breda, 2023). Además, se consideran los problemas asociados al cálculo de la derivada a partir de su definición como límite del cociente de incremento.
	Lenguajes (IEp.S.L)	Lenguaje verbal (natural), gráfico, simbólico (fórmulas) o tabular
	Reglas (IEp.S.R)	<p>Identificar las distintas definiciones/conceptos ligados al estudio de la derivada; por ejemplo: límite, derivada (como razón de cambio), razón de cambio promedio e instantánea, velocidad, rapidez, máximos y mínimos (Pino-Fan <i>et al.</i>, 2013).</p> <p>Identificar las diferentes proposiciones y teoremas que emergen de la derivada; por ejemplo: reglas para la derivación de funciones, criterios para identificar la derivabilidad de funciones, criterios para el análisis de gráficas de funciones (crecimiento o decrecimiento, puntos críticos, máximos y mínimos) y regla de la cadena (Pino-Fan <i>et al.</i>, 2013).</p> <p>Identificar los procedimientos asociados al uso de la primera derivada para la resolución de ejercicios de los distintos campos de problemas; por ejemplo, cálculo de derivadas mediante su definición como límite del cociente de incremento, cálculo de derivadas mediante las reglas de derivación o propiedades de la derivada, cálculo de tangentes, normales, máximos y mínimos, entre otros (Pino-Fan <i>et al.</i>, 2013).</p>
	Argumentos (IEp.S.A)	Hacer uso de argumentos de tipo deductivo, descriptivo, algebraico, geométrico, o bien, mediante el uso de gráficos, como justificación para la inclusión de conceptos/definiciones o proposiciones, la ejemplificación y explicación de las técnicas a seguir, y el uso de conceptos o proposiciones (Pino-Fan <i>et al.</i> , 2013).
Relaciones (IEp.R)	Relacionar entre sí los significados parciales de la derivada y los objetos primarios implicados en la actividad matemática (situaciones, lenguajes, conceptos, propiedades, procedimientos y argumentos), además de integrar contenidos previos que intervienen en el estudio de la primera derivada.	
Procesos (IEp.P)	Considerar la diversidad de procesos a través de los cuales emergen los objetos que intervienen en la práctica matemática relacionada con el estudio de la primera derivada (problematización, representación, definición, generalización, modelización).	

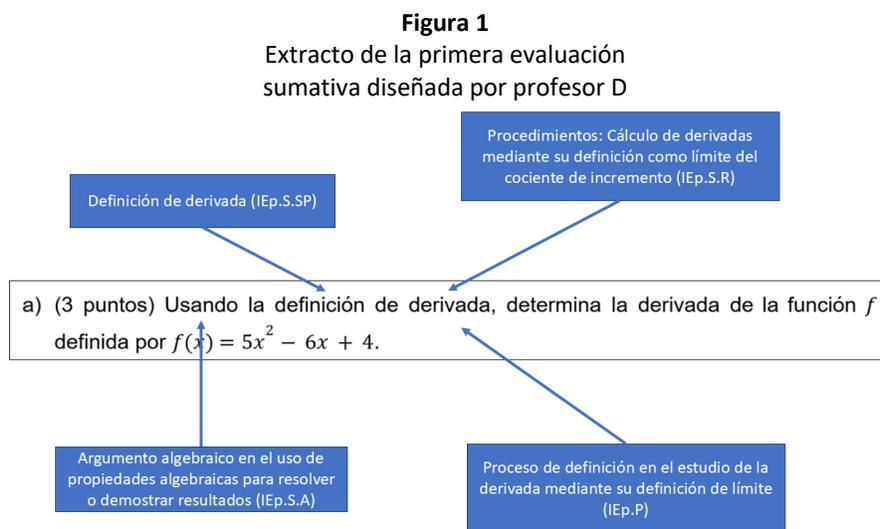
Fuente: Elaboración propia

**Fase 3. Explotación de los datos.** En esta fase del AC se lleva a cabo el análisis de las unidades de muestreo, la interpretación y descripción de los instrumentos de evaluación que elaboran los profesores de matemáticas seleccionados, con base en los indicadores establecidos en el libro de códigos. Además, se determina el grado de idoneidad epistémica alcanzado, a partir de la cantidad de indicadores satisfactorios en cada componente y subcomponente. Dado que estos indicadores varían entre sí, estos se miden en términos relativos, calculando el porcentaje de indicadores alcanzados. Lo anterior permite generar una medida que facilita la comparación de resultados. Para expresar el grado de idoneidad de cada documento analizado, utilizamos el criterio cualitativo propuesto por Rivas (2014), clasificando los resultados en tres niveles: a) idoneidad baja, cuando el porcentaje de indicadores es inferior al 40%; b) idoneidad media, cuando se encuentra entre el 40% y el 70%; c) idoneidad alta, cuando es igual o superior al 70%. Lo anterior, nos permitirá identificar aspectos a mejorar en los documentos analizados.

### 3. Análisis y resultados

En seguida, se presentan los resultados obtenidos a partir del análisis de contenido de los diversos documentos que fueron considerados como unidades de muestreo. Por limitaciones de espacio, en este artículo sólo se expondrá el análisis del instrumento de evaluación del profesor D.

El instrumento de evaluación del profesor D consta de dos evaluaciones sumativas complementarias. La primera evaluación incluye 20 preguntas de selección múltiple, 13 corresponden al tema de límites y 7 al de derivadas. Además, incluye una pregunta de desarrollo vinculada al contenido de derivada, dividida en tres sub-ítems. La segunda evaluación está compuesta por 23 preguntas de selección múltiple y finaliza con dos problemas de desarrollo, siendo todas correspondientes al contenido de derivadas. En las Figuras 1 y 2, se observan extractos de las dos evaluaciones sumativas complementarias diseñadas por el profesor D, donde se señala la presencia de algunos de los componentes y subcomponentes de la idoneidad epistémica.



Fuente: construida a partir instrumento de evaluación del profesor D

Figura 2

Extracto de la segunda evaluación sumativa diseñada por profesor D

Procedimientos:  
Cálculo de derivadas mediante las reglas de derivación o propiedades de la derivada (IEp.S.R)

Cálculo de derivadas a partir de reglas y teoremas de derivación (IEp.S.SP)

Proposiciones y teoremas:  
Regla de la cadena (IEp.S.R)

Pedro desea determinar la derivada de la función  $f$  definida por  $f(x) = \frac{1}{(x^2 - 8x + 1)^5}$ . Para ello, realiza los siguientes pasos:

- **Paso 1:** Escribe la función como  $f(x) = (x^2 - 8x + 1)^{-5}$
- **Paso 2:** Aplica regla de la cadena para una función potencia obteniendo que  $f'(x) = -5(x^2 - 8x + 1)^{-4} \cdot (x^2 - 8x + 1)'$
- **Paso 3:** Calcula la derivada resultante y así  $f'(x) = -5(x^2 - 3x + 1)^{-4} \cdot (2x - 8)$

¿En qué paso Pedro cometió un error?

A) En el paso 1  
B) En el paso 2  
C) En el paso 3  
D) En ninguno de los pasos

Argumento algebraico en el uso de propiedades algebraicas para resolver o demostrar resultados (IEp.S.A)

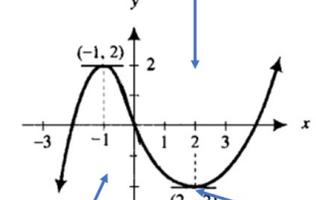
Argumento descriptivo en la justificación y el análisis de los ejercicios (IEp.S.A)

Lenguaje gráfico (IEp.S.L)

Argumento geométrico mediante la interpretación visual para comprender el concepto de derivada (IEp.S.A)

Lenguaje verbal (IEp.S.L)

(2 puntos) En la figura se muestra la gráfica de una función  $f$ . Indique si la derivada en cada uno de los siguientes puntos es positiva, negativa o cero.



Derivada	Negativa	Cero	Positiva
$f'(-1)$			
$f'(0)$			
$f'(2)$			
$f'(3)$			

Aplicación de la primera derivada: análisis de gráficas (IEp.S.SP)

Definiciones/conceptos: derivada (de manera explícita) y máximos/mínimos (de manera implícita) (IEp.S.R)

Lenguaje simbólico (IEp.S.L)

Lenguaje tabular (IEp.S.L)

Fuente: construida a partir instrumento de evaluación del profesor D

### 3.1. Idoneidad epistémica. Componente Significados (IEp.S)

En el instrumento de evaluación diseñado por el profesor D se presentan tres de los cinco *campos de problemas* (IEp.S.SP) vinculados a la primera derivada: 1) cálculo de tangentes; 2) aplicación de la primera derivada: análisis de gráficas de funciones, puntos críticos, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos; y 3) cálculo de derivadas a partir de reglas y teoremas, tales como la regla de la suma, resta, producto, cociente y la regla de la cadena, con el objetivo de determinar la derivada de una función. Además, se incluyen problemas relacionados con el cálculo de la derivada a partir de su definición como límite del cociente de incremento.

Con respecto al *lenguaje* (IEp.S.L), en el instrumento de evaluación se evidencia el uso de los cuatro tipos de lenguaje (elementos lingüísticos). El lenguaje natural se emplea en los enunciados de los ejercicios, con expresiones tanto cotidianas como formales. El lenguaje gráfico se identifica en el análisis de las gráficas de funciones y rectas tangentes. El lenguaje simbólico se presenta en la resolución de los problemas mediante la derivación utilizando reglas y procedimientos específicos. El lenguaje tabular se evidencia con el uso de tablas para identificar valores de  $x$ ,  $f(x)$  y  $f'(x)$ .

En cuanto al subcomponente *reglas* (IEp.S.R), se identificaron *conceptos/definiciones* tales como: límite, en el cálculo de la derivada mediante su definición; derivada, en el cálculo de la derivada mediante reglas y propiedades; así como máximos y mínimos, tanto globales como locales, en el análisis de funciones. En relación con las *proposiciones y teoremas*, requeridas en los problemas, de forma explícita e implícita, podemos señalar: reglas para la derivación de funciones; criterios para el análisis de gráficas de funciones, específicamente el análisis de crecimiento/decrecimiento de una función, valores (o puntos) críticos, máximos y mínimos; y regla de la cadena en la resolución de ejercicios de funciones compuestas. En cuanto a los *procedimientos* asociados al uso de la primera derivada para la resolución de los problemas, se encuentran: cálculo de derivadas mediante su definición como límite del cociente de incremento; cálculo de tangentes; cálculo de derivadas mediante reglas de derivación o propiedades de la derivada, que particularmente en la evaluación se observa la regla del producto, división, suma y resta para las funciones exponenciales y logarítmicas; y cálculo de máximos y mínimos, puntos críticos, intervalos de crecimiento y decrecimiento, y bosquejo de gráfica de funciones.

Los *argumentos* (IEp.S.A), que justifican el uso de proposiciones/propiedades y procedimientos, identificados en el instrumento de evaluación son los siguientes: el argumento deductivo, que permite llegar a conclusiones a partir de principios y reglas elementales del cálculo de la derivada (un ejemplo de ello se observa en los ejercicios de problematización, donde se requiere resolver problemas contextualizados utilizando la derivada); el argumento descriptivo, ya que en algunos problemas se solicita argumentar y analizar los resultados obtenidos; el argumento algebraico, dado que se hacen manipulaciones algebraicas para resolver o justificar resultados, como es el caso de la definición de derivada a través del límite; y, finalmente, el argumento geométrico está presente, debido a que se muestran representaciones visuales, como gráficas, para interpretar y comprender el concepto de derivada.

### 3.2. Idoneidad epistémica. Componente Relaciones (IEp.R)

En cuanto al componente *relaciones* (IEp.R), podemos mencionar que algunos de los significados y objetos primarios implicados en el cálculo de la primera derivada se relacionan entre sí, dado que se presentan tres de los cinco *campos de problemas* (IEp.S.SP) sobre la primera derivada, y los objetos matemáticos primarios señalados. Además, se integran contenidos previos relevantes, como el estudio de funciones y límites. Aun así, sería beneficioso profundizar más en la conexión entre el cálculo de tangentes, las reglas de derivación y el análisis de funciones, evitando tratar estos conceptos de manera aislada. De este modo, se promovería una comprensión profunda y articulada de la primera derivada.

### 3.3. Idoneidad epistémica. Componente Procesos (IEp.P)

Con relación al componente *procesos* (IEp.P), se identificaron cuatro de los cinco procesos a través de los cuales emergen los objetos que intervienen en la práctica matemática relacionada con el estudio de la primera derivada: la problematización, que se aborda a través de problemas contextualizados, por ejemplo, en los ejercicios de optimización; la definición, dado que se aborda la derivada mediante su definición de límite; la generalización, al utilizar reglas de derivación para determinar la derivada de distintas funciones; y la representación, que se lleva a cabo mediante representaciones visuales y/o geométricas. Un ejemplo de esto último es cuando se solicita determinar si  $f'(2) \leq g'(2)$  analizando únicamente las gráficas de  $f(x)$  y  $g(x)$ .

## 4. Discusión y conclusiones

Este estudio buscaba analizar los instrumentos de evaluación diseñados por profesores de matemáticas para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la primera derivada en educación media, a partir de los criterios de idoneidad epistémica (Godino, 2013; 2024). El análisis de estos documentos nos permitió evidenciar el grado de idoneidad de cada componente y subcomponente, y con ello, identificar diferencias y similitudes entre sí.

Como se mencionó anteriormente, el grado de idoneidad se determinó en términos relativos, calculando el porcentaje de indicadores cumplidos, y se categorizó a partir del criterio cualitativo propuesto por Rivas (2014): idoneidad baja, cuando el porcentaje de indicadores es inferior al 40%; idoneidad media, cuando se encuentra entre el 40% y el 70%; e idoneidad alta, cuando es igual o superior al 70%. Por ejemplo, en el caso del instrumento de evaluación del profesor D, se identificaron tres de los cinco *campos de problemas* (IEp.S.SP) vinculados a la primera derivada, así como problemas relacionados con el cálculo de la derivada a partir de su definición; por tanto, al presentarse cuatro de seis indicadores (66,7%), la subcomponente *situaciones - problema* (IEp.S.SP) se valora como idoneidad media.

En la Tabla 3 se muestra el grado de idoneidad epistémica de los instrumentos de evaluación que diseñan los profesores de matemática participantes.

**Tabla 3**  
Idoneidad epistémica de la primera derivada  
en instrumentos de evaluación

Componente	Subcomponente	Profesor A	Profesor B	Profesor C	Profesor D
Significados (IEp.S)	Situaciones-problema (IEp.S.SP)	Media	Baja	Media	Media
	Lenguajes (IEp.S.L)	Alta	Media	Alta	Alta
	Reglas (IEp.S.R)	Alta	Alta	Alta	Alta
	Argumentos (IEp.S.A)	Alta	Media	Alta	Alta
Relaciones (IEp.R)		Alta	Media	Alta	Alta
Procesos (IEp.P)		Alta	Media	Media	Alta

Fuente: Elaboración propia

Como podemos observar en la Tabla 3, existe un predominio de un grado de idoneidad epistémica media y alta en los instrumentos de evaluación sobre la primera derivada que diseñan los profesores de matemáticas de educación media. En particular, los instrumentos de evaluación de los profesores A, C y D presentan una consistencia en el grado de idoneidad, al valorarse como idoneidad alta en al menos cuatro de seis componentes y subcomponentes. En otras palabras, aunque algunos grados de idoneidad varían entre los niveles medio y alto, es importante destacar que ninguno de ellos obtuvo una valoración baja en sus instrumentos de evaluación. A diferencia del instrumento de evaluación del profesor B, cuyo grado de idoneidad en el subcomponente *situaciones-problema* (IEp.S.SP) es bajo.

Los resultados evidencian que el subcomponente *situaciones-problema* (IEp.S.SP) no alcanza un grado de idoneidad alta, puesto que los instrumentos de evaluación de tres profesores se valoran con una idoneidad media, mientras que uno con una idoneidad baja. Esto indica que los profesores participantes diseñan evaluaciones con un déficit en la incorporación de los distintos campos de problemas de la derivada, ligados a su significado holístico. Por otra parte, el subcomponente *lenguajes* (IEp.S.L) se evalúa con una idoneidad media y alta, evidenciando así que los instrumentos de evaluación presentan diferentes representaciones lingüísticas, predominando el lenguaje verbal, simbólico y gráfico, siendo el lenguaje tabular el menos incorporado. Aun así, al abordar al menos tres de cuatro indicadores, podemos mencionar que existe consistencia en este subcomponente.

En cuanto al análisis del subcomponente *reglas* (IEp.S.R), se evidencia que los profesores de matemáticas participantes le dan importancia a las definiciones/conceptos ligados al estudio de la derivada, a las proposiciones y teoremas que emergen de este concepto, así como a los procedimientos asociados al uso de la primera derivada. En este sentido, todos los instrumentos de evaluación diseñados por dichos profesores se valoran con una idoneidad alta en este subcomponente. Con respecto al subcomponente *argumentos* (IEp.S.A), este se valora con una idoneidad media y alta; esto indica que en los instrumentos de evaluación se solicita a los

estudiantes que justifiquen sus resultados y/o respuestas a los problemas sobre la primera derivada, mediante un argumento deductivo, algebraico y/o geométrico.

La componente *relaciones* (IEp.R) se valora con un grado de idoneidad media y alta en la mayoría de los instrumentos de evaluación analizados; esto nos indica que se propicia una conexión entre los significados parciales de la derivada y los objetos primarios implicados en la actividad matemática. Por ejemplo, en un ejercicio específico del instrumento de evaluación del profesor A se solicita determinar, mediante límites, la expresión matemática que representa la pendiente de la recta tangente a  $f$  en un punto dado. Este planteamiento permite conectar la definición formal de la derivada con su significado como la pendiente de la recta tangente. En su defecto, el instrumento del profesor B presenta ejercicios de diversos campos de problemas, como el cálculo de tangentes y el cálculo de la primera derivada mediante su definición, pero se abordan de manera independiente.

Por otro lado, los instrumentos de evaluación se valoran con un grado de idoneidad media y alta en cuanto al componente *procesos* (IEp.P). Aquellos que se valoran con una idoneidad alta incorporan al menos cuatro procesos, a través de los cuales emergen los objetos que intervienen en la práctica matemática relacionada con el estudio de la primera derivada, siendo estos la problematización, la representación, la definición y la generalización, mientras que los que se valoran con una idoneidad media, solo abarcan la definición y la generalización de la derivada. Finalmente, aquellos profesores que alcanzan un grado de idoneidad alta en cuanto a los procesos, incorporan al menos cuatro procesos a través de los cuales emergen los objetos que intervienen en la práctica matemática relacionada con el estudio de la primera derivada, siendo estos la problematización, la representación, la definición y la generalización, mientras que los restantes, solo abarcan la definición y la generalización de la derivada.

En conclusión, el análisis de la idoneidad epistémica sobre la primera derivada en los instrumentos de evaluación que diseñan los profesores nos permite establecer que estos documentos pueden considerarse con un grado de idoneidad media-alta, al valorarse la mayoría de los componentes y subcomponentes en estos grados. Además, a partir del análisis, identificamos que los profesores le dan especial énfasis a la definición de derivada como límite del cociente de incremento. Esto coincide con investigaciones como la de Pino-Fan *et al.*, (2013), quienes señalan que “el enfoque moderno del cálculo diferencial se basa fundamentalmente en el concepto de límite” (p. 148), y con la de Galindo y Breda (2023), al indicar que existe “un énfasis en el significado parcial de la derivada como el límite del cociente de incrementos” (p. 291).

Por otro lado, podemos mencionar que existe una carencia en el uso de tecnología digital (distintos softwares educativos para el estudio de la primera derivada, tales como GeoGebra y Desmos) para evaluar el aprendizaje de los estudiantes. Consideramos que este aspecto debe reforzarse para que los estudiantes puedan transitar entre diferentes elementos lingüísticos (verbal, numérico, gráfico y simbólico), repercutiendo directamente en la subcomponente *lenguajes* (IEp.S.L) de la idoneidad epistémica (Godino *et al.*, 2023; Larios y Jiménez, 2022).

---

## Referencias bibliográficas

- Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En P. Gómez (Ed.). *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (pp. 97-140). Grupo Editorial Iberoamérica
- Bernete, F. (2013). Análisis de contenido. En A. Lucas, y A. Noboa (Eds.), *Conocer lo social: estrategias y técnicas de construcción y análisis de los datos* (pp. 221-261). Universidad Complutense de Madrid.
- Caviedes, S. y Pallauta, J. D. (2024). Criterios de idoneidad epistémica sobre el área en el currículo chileno de Educación Primaria. *TANGRAM - Revista de Educação Matemática*, 7(4), 2-24.

- Galindo, M. y Breda, A. (2023). Significados de la derivada en los libros de texto de las carreras de Ingeniería Comercial en Chile. *Bolema: Boletim De Educação Matemática*, 37(75), 271-295.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111-132.
- Godino, J. D. (2024). *Enfoque ontosemiótico en educación matemática. Fundamentos, herramientas y aplicaciones*. McGraw-Hill.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Burgos, M. (2023). Theory of didactical suitability: An enlarged view of the quality of mathematics instruction. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(6), em2270.
- Gómez, A., Matus, N. y Sevilla, M.C. (2003). *¿Cambia la evaluación?* [Ponencia presentada]. II Coloquio sobre la Enseñanza en el Bachillerato y VII Coloquio sobre la Enseñanza de las Ciencias. Universidad Nacional Autónoma de México, México.
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación* (6° ed.). McGraw Hill.
- Larios, V., y Jiménez, A. R. (2022). Significados parciales de la Derivada en libros universitarios en la formación de ingenieros. *Praxis & Saber*, 13(33), e12274.
- MINEDUC (2021a). *Programa de Estudio 3° o 4° Medio. Formación Diferenciada. Límites, Derivadas e Integrales*. Unidad de Currículum y Evaluación.
- Pallauta, J. D., y Batanero, C. (2024). Guía para el análisis de la idoneidad epistémica y cognitiva de lecciones sobre tablas estadísticas en libros de texto. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 38, e230088.
- Pino-Fan, L., Castro, W., Godino, J. D. y Font, V. (2013). Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato. *Paradigma*, 34(2), 123-150.
- Reyes, C., Carrillo, S., y Zapata, R. (2015). *Evaluación educativa, nuevas perspectivas*. UTMCH: Universidad Técnica de Machala.
- Rivas, H. (2014). *Idoneidad didáctica de procesos de formación estadística de profesores de educación primaria* (Tesis Doctoral). Universidad de Granada, España.
- Sánchez, G., Zacarías, D., Tajonar, F. S. y Velasco, F. (2016). Importancia de los instrumentos de evaluación en la educación matemática. En D. Zacarías (Ed.), *Investigación en Educación Estadística y Probabilística 2016*, (pp. 11-22). Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Silva, L. (2014). La derivada: Un punto de vista histórico. *Gestión y Gerencia*, 8(3), 25-44.
- Zandieth, M. (2000). A theoretical framework for analyzing student understanding of the concept of derivate. En E. Dubinsky, A. Shoenfeld y J. Kaput (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education. IV CBMS Issues in Mathematics Education* (volume 8, pp. 103-127). American Mathematical Society.



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons  
Atribución-NoComercial 4.0 Internacional